



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

ข้อตกลง กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆให้ดังนี้

$\mathbb{C}$ แทนเซตของจำนวนเชิงซ้อน

$\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

$\mathbb{Q}$ แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

$\mathbb{Q}'$ แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

$\mathbb{Z}$ แทนเซตของจำนวนเต็ม

$\mathbb{N}$ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก

$\emptyset$ แทนเซตว่าง

สำหรับเซต A ใดๆ ที่เป็นเซตจำกัด

$n(A)$ หมายถึงจำนวนสมาชิกของเซต A

และ $P(A)$ หมายถึง เพาเวอร์เซตของ A

ตอนที่หนึ่ง ข้อ 1 – 12 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

1. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $\{I, T, M, C, 5\}$ และ $X = \{T, M, C\}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

A. $\{I\} \subset X'$

B. $\emptyset \in X'$

C. $\{I\} \in X'$

D. $0 \subset X'$

E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูก

2. ให้ X เป็นเซตจำกัด และ $P(X)$ แทนเพาเวอร์เซตของ X ให้ A, B เป็นเซตจำกัดใด ๆ
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

(2) $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$

(3) ถ้า $P(A) = P(B)$ แล้ว $A = B$

(4) $P(\emptyset) = \emptyset$

ข้อความใดต่อไปนี้เป็นกล่าวถูกต้อง

A. ข้อความข้างต้นถูกต้องทุกข้อ

B. ข้อ (1) และ ข้อ (2) และ ข้อ (3) ถูกต้อง แต่ข้อ (4) ผิด

C. ข้อ (1) และ ข้อ (3) ถูกต้อง แต่ข้อ (2) และ ข้อ (4) ผิด

D. ข้อ (2) และ ข้อ (3) และ ข้อ (4) ถูกต้อง แต่ข้อ (1) ผิด

E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูก

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชภัฏวชิรเวศน์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmc Thailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

3. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง และ ประพจน์ทั้ง 5 ต่อไปนี้

$$\forall x \forall y [(x \in \mathbb{Q} \wedge y \in \mathbb{Q}) \rightarrow (x + y \in \mathbb{Q})]$$

$$\forall x \forall y [(x \in \mathbb{Q}' \wedge y \in \mathbb{Q}') \rightarrow (x + y \in \mathbb{Q}')]]$$

$$\forall x \forall y [(x \in \mathbb{Q}' \wedge y \in \mathbb{Q}') \rightarrow (xy \in \mathbb{Q}')]]$$

$$\forall x \forall y [(x \in \mathbb{Q} \wedge y \in \mathbb{Q}') \rightarrow (x + y \in \mathbb{Q}')]]$$

$$\forall x \forall y [(x \in \mathbb{Q} \wedge y \in \mathbb{Q}') \rightarrow (xy \in \mathbb{Q}')]]$$

จงหาว่าในบรรดาประพจน์ทั้ง 5 ข้างต้นมีกี่ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

E. 1

4. กำหนดให้ $A = \{0, 2, 5, 6, 3\}$ และ $B = \{I, T, M, C\}$

เซตย่อยของ $A \times B$ ในข้อใดต่อไปนี้ที่เป็นฟังก์ชัน

A. $\{(2, I), (5, T), (6, M), (5, C)\}$

B. $\{(2, I), (5, T), (6, M), (6, C)\}$

C. $\{(2, I), (0, T), (2, M), (2, C)\}$

D. $\{(2, I), (0, T), (2, M), (3, C)\}$

E. $\{\}$

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

5. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$5^{x^2+2} \cdot 5^{x^2+5} \cdot 5^{x^2+6} \cdot 5^{x^2+6} = 5^{2023}$$

ข้อใดต่อไปนี้อาจกล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับค่า x

- A. มีจำนวนจริง x เพียงค่าเดียวที่เป็นคำตอบของสมการข้างต้น
- B. มีจำนวนจริง x สองจำนวนเท่านั้นที่เป็นคำตอบของสมการข้างต้น
- C. มีจำนวนจริง x มากกว่าสองจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการข้างต้น
- D. ไม่มีจำนวนจริง x ที่เป็นคำตอบของสมการข้างต้น
- E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดกล่าวถูกต้อง

6. กำหนดให้เส้นตรง $\overleftrightarrow{IT}$ มีสมการคือ $2x + 5y = 1$

และ $\overleftrightarrow{MC}$ มีสมการคือ $6x + 6y = 1$

ให้ P เป็นจุดตัดของเส้นตรง $\overleftrightarrow{IT}$ กับเส้นตรง $\overleftrightarrow{MC}$

ข้อใดต่อไปนี้อาจกล่าวได้ถูกต้องเกี่ยวกับจุด P

- A. P อยู่ในภาคที่ 1
- B. P อยู่ในภาคที่ 2
- C. P อยู่ในภาคที่ 3
- D. P อยู่ในภาคที่ 4
- E. P อยู่บนแกน y

สมาคมภาพสภภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net

การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

7. กำหนดให้ X เป็นเซตจำกัดที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$X \cup \{T, M, C\} = \{I, T, M, C, 5\}$$

จงหาว่ามีเซต X ที่เป็นไปได้ทั้งหมดกี่เซต

A. 2

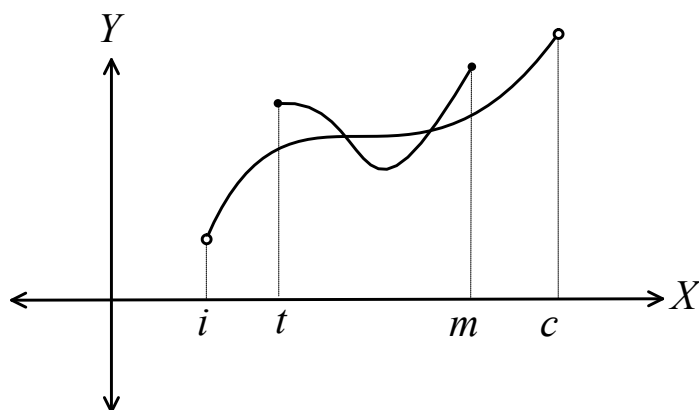
B. 4

C. 8

D. 16

E. 32

8. กำหนดให้ f เป็นความสัมพันธ์สามารถแสดงด้วยกราฟดังรูป



จงหาว่าเซตในข้อใดต่อไปนี้ที่สามารถใช้เป็นโดเมนของ f แล้วทำให้ f เป็นฟังก์ชัน

A. $[i, t] \cup [m, c]$

B. $(i, t] \cup [m, c)$

C. (t, m)

D. $(i, t) \cup (m, c)$

E. $(t, m) \cup (m, c)$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

9. กำหนดให้ $X = \{i, t, m, c\}$

ให้ $f: X \rightarrow X$ ที่นิยามโดย $f(i) = t, f(t) = m, f(m) = c, f(c) = i$

และ $g: X \rightarrow X$ โดยที่ $g(i) = m$ และ $fog = gof$

จงหาว่าฟังก์ชัน g คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

- A. $\{(i, m), (t, c), (m, i), (c, t)\}$ B. $\{(i, m), (t, i), (m, t), (c, c)\}$
C. $\{(i, m), (t, t), (m, c), (c, m)\}$ D. $\{(i, m), (t, c), (m, t), (c, i)\}$
E. ตั้งแต่ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

10. กำหนดให้ C เป็นวงกลมที่มีสมการคือ $x^2 + y^2 - 40x + 46y - 1634 = 0$

ให้จุดทั้งสี่ที่มีพิกัดดังนี้ $I(25, 66), T(-25, 66), M(-20, 23), C(20, -23)$

เมื่อวาดกราฟของวงกลม C และจุดทั้งสี่บนพิกัดฉาก

แล้ว จงตรวจสอบว่าในบรรดาจุดทั้งสี่ข้างต้นนั้นมียี่จุดที่อยู่ภายนอกวงกลม C

- A. 4 B. 3 C. 2
D. 1 E. 0

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmc Thailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

11. กำหนดให้ TMC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดคือ $T(-4, -3)$, $M(6, -1)$, $C(2, 5)$

จงหาว่าเส้นมัธยฐานที่ลากจากจุด C ไปยังด้าน TM ยาวกี่หน่วย

A. $\sqrt{26}$

B. $\sqrt{50}$

C. $\sqrt{53}$

D. $\sqrt{89}$

E. $\sqrt{104}$

12. ในการสำรวจข้อมูลความชอบโทรศัพท์มือถือของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 800 คน

มีนักเรียน 224 คนชอบโทรศัพท์มือถือยี่ห้อ T

มีนักเรียน 240 คนชอบโทรศัพท์มือถือยี่ห้อ M

มีนักเรียน 336 คนชอบโทรศัพท์มือถือยี่ห้อ C

มีนักเรียน 64 คนชอบโทรศัพท์มือถือทั้งยี่ห้อ M และ C

มีนักเรียน 80 คนชอบโทรศัพท์มือถือทั้งยี่ห้อ T และ M

มีนักเรียน 40 คนชอบโทรศัพท์มือถือทั้งยี่ห้อ T และ C

มีนักเรียน 24 คนชอบโทรศัพท์มือถือทั้งยี่ห้อ T และ M และ C

จงหาว่ามีนักเรียนทั้งหมดกี่คนที่ไม่ชอบโทรศัพท์มือถือทั้งสามยี่ห้อ

A. 160

B. 240

C. 216

D. 128

E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูก

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

ตอนที่สอง ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

13. ให้ T เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เป็นเซตว่างและมีสมบัติว่า

$$\text{ถ้า } x \in T \text{ แล้ว } \frac{2023}{x} \in T$$

แล้ว จงหาว่ามีเซต T ที่เป็นไปได้ทั้งหมดกี่เซต

- A. 3
D. 8

- B. 5
E. 10

C. 7

14. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริง

ให้ T แทนเซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการพหุนาม

$$x^5 - 5x^4 + 7x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

และ M แทนเซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการพหุนาม

$$3x^3 - 15x^2 + 18x = 0$$

ถ้า $T \cap M$ มีสมาชิกทั้งหมด 3 จำนวน

แล้ว จงหาค่าของ $a + b + c$

- A. -11
D. 1

- B. -1
E. 11

C. 0

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชภัฏวชิรเวศน์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400
Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

15. กำหนดให้ $P(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 4x + 1$

จงหาผลต่างที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของรากที่เป็นจำนวนจริงของ $P(x)$

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2 + \sqrt{5}$ C. 1
D. 2 E. $3 + \sqrt{5}$

16. จงหาว่ามีจำนวนเต็ม x ทั้งหมดกี่จำนวนซึ่งสอดคล้องกับอสมการ

$$\frac{(x^2 - 25)(x^2 + 20)}{(x^2 - 66)(x^2 + 23)} \leq 0$$

- A. 2 B. 4 C. 8
D. 16 E. มากมายไม่จำกัด

17. กำหนดให้ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันที่นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & ; x \leq 1 \\ a^2x + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

จงหาว่าค่า a ในข้อใดต่อไปนี้จะทำให้ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันทั่วถึงและหนึ่งต่อหนึ่ง

- A. 7 B. 5 C. 4
D. 3 E. 2

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

18. กำหนดให้ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ที่นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Q} \\ x & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \text{ และ } g(x) = \begin{cases} x & ; x \in \mathbb{Q} \\ 0 & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวได้ถูกต้อง

- A. $f - g$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และ เป็นฟังก์ชันทั่วถึง
- B. $f - g$ ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง และ ไม่เป็นฟังก์ชันทั่วถึง
- C. $f - g$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง แต่ไม่เป็นฟังก์ชันทั่วถึง
- D. $f - g$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงแต่ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
- E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

19. กำหนดความสัมพันธ์ให้ดังนี้

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x - 5| < 1 \text{ และ } |y - 5| < 1\}$$

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4(x - 6)^2 + 9(y - 5)^2 \leq 36\}$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- A. $T \subset S$
- B. $S \subset T$
- C. $S \cap T = \emptyset$
- D. $S \cup T = S$
- E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

20. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{23}{20} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{23}{20} \right\}$ ที่นิยามโดย

$$f(x) = \frac{25x + 66}{20x + 23}$$

ให้ a เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับ $f^{-1}(a) = 100$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

A. $-1 \leq a < 0$

B. $0 \leq a < 1$

C. $1 \leq a < 2$

D. $2 \leq a < 3$

E. $a \geq 3$

21. กำหนดให้ X แทนเซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ

$$2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0$$

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้องเกี่ยวกับ X

A. X เป็นเซตว่าง

B. X เป็นเซตจำกัดและมีจำนวนสมาชิกของ X เท่ากับ 1

C. X เป็นเซตจำกัดและมีจำนวนสมาชิกของ X เท่ากับ 2

D. X เป็นเซตจำกัดและมีจำนวนสมาชิกของ X เท่ากับ 4

E. X เป็นเซตอนันต์

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชภาณุโกวิทวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

22. กำหนดให้ H เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีสมการคือ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

และ E เป็นวงรีที่มีสมการคือ $x^2 + 4y^2 = 4$

ถ้าผลคูณของความเยื้องศูนย์กลางกลางของ H กับความเยื้องศูนย์กลางกลางของ E เท่ากับ 1

และไฮเพอร์โบลา H ผ่านจุดโฟกัสของ E

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

A. สมการของไฮเพอร์โบลา H คือ $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$

B. จุดโฟกัสของ H คือ $(2, 0)$

C. ความเยื้องศูนย์กลางกลางของ H เท่ากับ $\sqrt{\frac{5}{3}}$

D. สมการของไฮเพอร์โบลา H คือ $x^2 - 3y^2 = 1$

E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

สมาคมภาพสหภาพ IMC ประจำประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

23. นักเรียนคนหนึ่งยืนอยู่บนยอดตึกซึ่งสูง 4 ฟุตจากพื้นเขาได้โยนลูกบอลขึ้นในแนวตั้งฉากกับพื้นราบโดยมีฟังก์ชันของระยะห่างของลูกบอลกับพื้น ณ เวลา t วินาทีใด ๆ หลังจากที่ถูกโยน ดังนี้

$$h(t) = -16t^2 + 64t + 4$$

ให้พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) ลูกบอลจะอยู่ห่างจากพื้นเป็นระยะทางที่มากที่สุดได้เท่ากับ 80 ฟุต
- (2) ลูกบอลจะอยู่ห่างจากพื้นเป็นระยะทางที่มากที่สุดหลังจากถูกโยนไปได้ 2 วินาที
- (3) ลูกบอลจะตกถึงพื้นหลังจากออกไปได้ 8 วินาที

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

- A. ข้อ (1) และ ข้อ (2) และ ข้อ (3) ถูกต้องทั้งสามข้อ
- B. ข้อ (1) และ ข้อ (2) เท่านั้นที่ถูกต้อง
- C. ข้อ (2) และ ข้อ (3) เท่านั้นที่ถูกต้อง
- D. ข้อ (1) และ ข้อ (3) เท่านั้นที่ถูกต้อง
- E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูก

24. กำหนดให้ t, m, c เป็นจำนวนจริง

ถ้าพาราโบลา $y^2 = 4x$ และ $x^2 = 4y$ ตัดกันที่จุด P และจุด Q

และเส้นตรง PQ มีสมการคือ $2tx + 3my + 4c = 0$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- A. $c^2 = (2t - 3m)^2$
- B. $c^2 + (2t + m)^2 = 0$
- C. $c^2 + (2t - 3m)^2 = 0$
- D. $c^2 + (3t - 2m)^2 = 0$
- E. ตั้งแต่ข้อ A. ถึง D. ไม่มีข้อใดถูก

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

ตอนที่สาม ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 7 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. เมื่อสุ่มเลือกสมาชิกหนึ่งตัวจากเซต $\{-25, -24, -23, \dots, 65, 66\}$ โดยที่แต่ละสมาชิกมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆ กัน

ถ้าให้สมาชิกที่สุ่มเลือกมาได้นั้นเท่ากับ x และ ความน่าจะเป็นที่ $2023x + 2566 > 0$ มีค่าเป็นเศษส่วนอย่างต่ำมีค่าเท่ากับ $\frac{p}{q}$

แล้ว จงหาค่าของ $p + q$

26. เซตของจุด (x, y) ในระนาบที่สอดคล้องกับสมการ $y^3 + 3xy^2 = x^3 + 3x^2y$ มีลักษณะกราฟเป็นเส้นตรง 3 เส้น

ให้ t, m, c แทนความชันของเส้นตรงทั้งสามเส้นดังกล่าวโดยที่ $t < m < c$

จงหาค่าสัมบูรณ์ของ $t + (m \times c)$

สมาชิกราชบัณฑิตยสถาน IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชบัณฑิตยสถาน ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

27. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

- $P(x)$ ถูกหารด้วย $x - 1$ เหลือเศษ 8
- $P(x)$ ถูกหารด้วย $x^2 + x + 1$ เหลือเศษ $7x + 16$

ถ้าพหุนาม $R(x)$ เป็นเศษที่เกิดจากการหาร $P(x)$ ด้วย $x^3 - 1$

แล้ว จงหาค่าของ $R(10) - R(-10)$

28. กำหนดให้ $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

จงหาจำนวนของฟังก์ชัน $f: X \rightarrow X$ ที่เป็นฟังก์ชันทั่วถึง และมีสมบัติว่า

$f(k)$ ถูกหารด้วย 3 ลงตัว เมื่อ k ถูกหารด้วย 4 ลงตัว

29. กำหนดให้ $A = \{-2023, -2022, -2021, \dots, 2022, 2023\}$

และ $f: A \rightarrow \mathbb{Z}$ ที่นิยามโดย $f(x) = \sqrt{(x-25)^2} + \sqrt{(x-66)^2}$

จงหาจำนวนสมาชิกของเรนจ์ของฟังก์ชัน f

สมาคมภาพสทภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 11

ข้อโบนัส นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้

ถ้าตอบถูกจะได้ 20 คะแนน ตอบผิดได้ -7 คะแนน ไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

กำหนดให้ในสระน้ำแห่งหนึ่งมีปลาอาศัยอยู่ทั้งหมด k ตัว

นักวิทยาศาสตร์คนหนึ่งต้องการทราบว่าปลาที่อาศัยอยู่ในสระน้ำแห่งหนึ่งอยู่กี่ตัวซึ่งเขาได้ดำเนินการเพื่อหาประมาณค่าของ k ดังนี้

เริ่มต้นเขาสุ่มจับปลาในสระแห่งนี้ขึ้นมาจำนวน 10 ตัว จากนั้นทำสัญลักษณ์ไว้ที่ปลาทุกตัวที่จับมาได้แล้วจึงปล่อยปลาทุกตัวกลับลงไปในสระน้ำ ทำให้ตอนนี้ในสระน้ำมีปลาที่ถูกทำสัญลักษณ์และปลาที่ยังไม่ถูกทำสัญลักษณ์อาศัยอยู่รวมกัน

กำหนดให้ปลาในสระน้ำแห่งนี้ไม่มีตัวใดตายหรือหายไปจากสระน้ำนี้ อีกสองวันต่อมาเขาทำการสุ่มจับปลาในสระแห่งนี้ขึ้นมาจำนวน 23 ตัว เขาพบว่าปลาอยู่ 4 ตัวที่ถูกเขาทำสัญลักษณ์ไว้

ให้ $p(k)$ เป็นความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบปลาในบ่อที่มี k ตัวนี้ขึ้นมา 23 ตัว และมีปลาที่ถูกทำสัญลักษณ์ 4 ตัว

นักวิทยาศาสตร์ทำการประมาณจำนวนปลาในบ่อแห่งนี้โดยอาศัยข้อมูลข้างต้น กับหลักการประมาณค่าทางสถิติแบบหนึ่งที่เรียกว่า “การประมาณค่าโดยหลักควรจะเป็นสูงสุด” (Maximum Likelihood Estimation) กล่าวคือ k ที่ทำให้ $p(k)$ มีค่าสูงสุด เป็นค่าประมาณที่เหมาะสมของจำนวนปลาในบ่อนี้

จากข้อมูลข้างต้น

จงหาว่าในบ่อแห่งนี้มีปลาอยู่ประมาณกี่ตัว

(นั่นคือ ให้หาค่าของ k ที่ทำให้ $p(k)$ มีค่าสูงสุด)

สมาธิภาพสหภาพ IMC ประจำปีประเทศไทย

77/9-10 อาคารราชเทวีทาวเวอร์ ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กทม. 10400

Tel : 02-613-5613 , 088-008-1414 Email : tmcthailand@yahoo.com Website : www.tmcthailand.net

เฉลยคำตอบ TMC@11 รอบประเมินศักยภาพ

Q	น.4
1	A
2	C
3	D
4	E
5	B
6	B
7	C
8	D
9	A
10	B
11	B
12	A
13	C
14	D
15	E
16	C
17	E
18	A
19	B
20	C
21	C
22	B
23	E
24	A
25	40
26	4
27	40
28	30240
29	2049
30	57